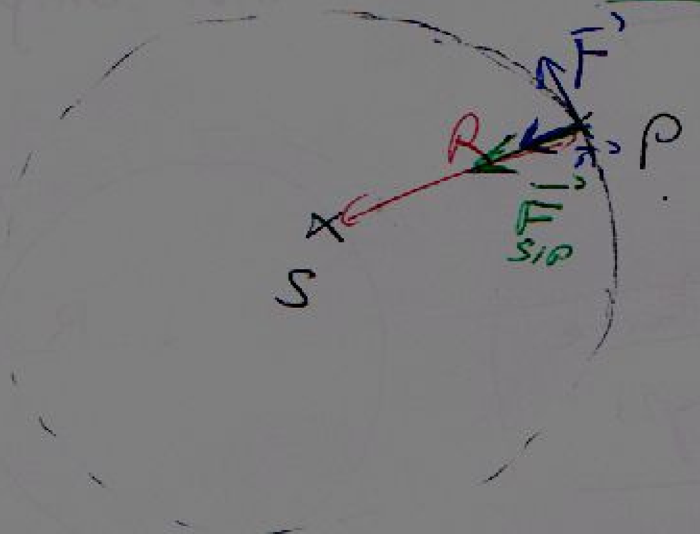
Kepler

1ère loi de Kepler	→ ellipse
2ème loi de Kepler	→ aires balayées
3ème loi de Kepler	→ $\frac{T^2}{a^3} = \text{cste}$



Ds les exos, trajectoire circulaire
$a \approx R$

<u>Bilan des forces :</u>

- force d'attraction gravitationnelle

$$\boxed{\vec{F}_{S/P} = G \times \frac{m_S m_P}{R^2} \vec{n}}$$: force centripète

<u>2ème loi de Newton :</u> $\Sigma \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$$\Leftrightarrow \vec{F}_{S/P} = m_P \vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} = G \times \frac{m_S}{R^2} \vec{n}$$

Or dans un repère de Frenet,

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{T}$$

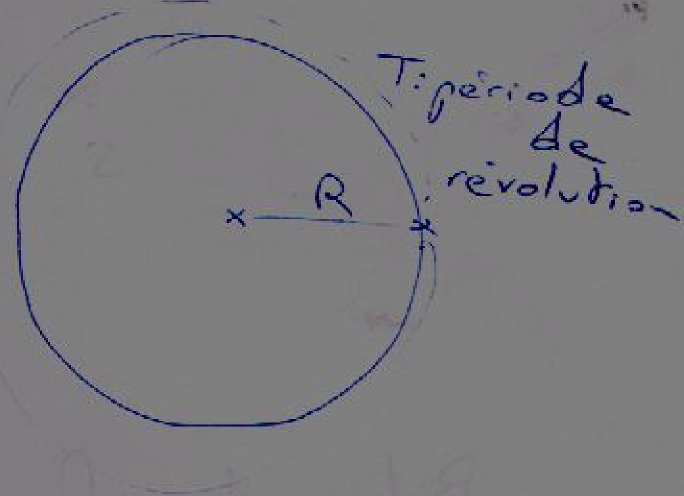
Par identification,

$$\boxed{\frac{v^2}{R} = G \times \frac{m_p}{R^2}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{dv}{dt} = 0}$$

↳ vitesse constante

↳ mvt uniforme

$$\Rightarrow v = \sqrt{G \times \frac{m_S}{R}}$$



Or $\boxed{\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}}$

D'où $v = \frac{2\pi R}{T}$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{G \times \frac{m_S}{R}}}$$

$$T = 2\pi R \times \sqrt{\frac{R}{Gm_S}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{Gm_S}}$$

D'où $\boxed{\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_S} = \text{cste}}$: $\boxed{\text{3}^{\text{ème}} \text{ loi de Kepler}}$