Suites arithmétiques (SA)

ex : 2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; 17 ; ...

$2 \xrightarrow{+3} 5 \xrightarrow{+3} 8$

Déf : $\boxed{u_{n+1} = u_n + r}$

r : raison

Mq (u_n) est 1 SA :

$\boxed{u_{n+1} - u_n = \dots = cste = r}$

Expression de u_n en fonction de n :

$p=0$: $\boxed{u_n = u_0 + nr}$

$\boxed{u_n = u_p + (n-p)}$

Somme :

$$\boxed{\frac{(1^{er}\,T + der\,T) \times nbre\ T}{2}}$$

Suites géométriques (SG)

ex : 2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 ; ...

$2 \xrightarrow{\times 3} 6 \xrightarrow{\times 3} 18$

Déf : $\boxed{u_{n+1} = q \times u_n}$

q : raison

Mq (u_n) est 1 SG :

$\boxed{u_{n+1} = \dots = q \times u_n}$

Expression de u_n en fonction de n :

$p=0$: $\boxed{u_n = u_0 \times q^n}$

$\boxed{u_n = u_p \times q^{n-p}}$

Somme :

$$\boxed{1^{er}\,T \times \frac{1-q^{nbre\ T}}{1-q}}$$

$q \neq 1$

Sens de variation d'une suite

(1) Calculer $\boxed{u_{n+1} - u_n}$ et faire une étude de signe.

ex : si $u_{n+1} - u_n > 0$

$\Rightarrow u_{n+1} > u_n$

donc (u_n) est $\nearrow$.

(2) Si $\forall n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_n > 0}$ alors calculer $\boxed{\dfrac{u_{n+1}}{u_n}}$ et comparer par rapport à 1.

ex : si $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$

$\Rightarrow u_{n+1} > u_n$) $\times\, u_n > 0$

donc (u_n) est $\nearrow$

(3) Si $\boxed{u_n = f(n)}$ alors (u_n) et f ont les mêmes variations donc on étudie les variations de f sur $[0; +\infty[$: calcul de $f'(x)$ et signe de $f'(x)$.

(4) Si $\boxed{u_{n+1} = f(u_n)}$ et si $f \nearrow$ sur I, on peut montrer par récurrence que :

$\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n < u$. ou $\forall n \in \mathbb{N}$, $u > u$.